

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА «Математический анализ»

СОГЛАСОВАНА

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы
_____/проф. И.А.Танкиев
от «27» апреля 2026г.

Декан физико-математического факультета
_____/М.Х.Мальсагов
от «28» апреля 2026г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.03 Теория функции действительной переменной (Действительный анализ)

Направление подготовки (бакалавриат)
44.03.01. «Педагогическое образование»

Направленность (профиль подготовки)
«Математика»

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас, 2026г

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория функции действительной переменной (Действительный анализ)» являются:

- формирование у обучающихся системы фундаментальных знаний о функциях действительной переменной, их свойствах и методах исследования;
- развитие абстрактного и логического мышления, строгости математических доказательств и математической культуры;
- подготовка будущего учителя математики к преподаванию разделов математического анализа в школе и к углубленной работе с учащимися;
- формирование компетенций, необходимых для использования методов действительного анализа в профессиональной педагогической деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- изучить основные понятия теории функций действительной переменной: множества, функции, пределы, непрерывность;
- сформировать навыки исследования функций на измеримость, интегрируемость и другие свойства;
- развить умения применять методы действительного анализа для решения теоретических и прикладных задач;
- подготовить к использованию полученных знаний в педагогической деятельности при изучении соответствующих разделов школьной математики.

Для дисциплин, формирующих профессиональные компетенции:

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих обобщенных трудовых функций (трудовых функций) в соответствии с **Профессиональным стандартом «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»** (приказ Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н, код профессионального стандарта – **01.001**):

Код	Наименование обобщенной трудовой функции / трудовой функции
A/01.6	Общепедагогическая функция. Обучение
A/03.6	Развивающая деятельность
B/03.6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина **Б1.В.03 «Теория функции действительной переменной (Действительный анализ)»** относится к **части, формируемой участниками образовательных отношений** Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП.

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими элементами ОПОП:

Дисциплина опирается на знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении следующих предшествующих дисциплин:

- «Математический анализ»;
- «Алгебра»;
- «Теория множеств»;
- «Метрические пространства».

Требования к «входным» знаниям, умениям и готовностям обучающегося:

Обучающийся должен:

- **Знать:** основные понятия математического анализа; свойства функций; основы теории множеств.
- **Уметь:** исследовать функции на непрерывность, дифференцируемость; работать с пределами.
- **Владеть:** навыками математических доказательств; техникой работы с функциями.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

- «Функциональный анализ»;
- «Дифференциальные уравнения»;
- «Методика обучения математике»;
- Производственная педагогическая практика;
- Подготовка к итоговой государственной аттестации.

3. Результаты освоения дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
-----------------	--------------------------	---	--

		дисциплиной)	
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 – Анализирует функции действительной переменной, выделяя их свойства и особенности.	Знать: основные понятия теории функций действительной переменной; классификацию функций и их свойства.
		УК-1.4 – Синтезирует различные методы исследования функций для решения задач.	Уметь: применять методы действительного анализа для исследования функций; выбирать оптимальные подходы.
		УК-1.5 – Критически оценивает полученные результаты, проверяя их корректность.	Владеть: навыками критического анализа математических выкладок; методами проверки результатов.
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1 – Демонстрирует знание теории функций действительной переменной.	Знать: теоретические основы действительного анализа; методы исследования функций.
		ПК-1.2 – Применяет методы действительного анализа для решения профессиональных задач.	Уметь: исследовать функции на измеримость и интегрируемость; применять методы теории функций.
ПК-3	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	ПК-3.1 – Использует материал действительного анализа для развития мышления учащихся.	Знать: методические возможности использования элементов действительного анализа в школьном курсе.
		ПК-3.2 – Разрабатывает задания с использованием	Уметь: составлять и адаптировать задания для учащихся с

		материала действительного анализа.	использованием элементов теории функций.
			Владеть: методикой формирования математического мышления через изучение свойств функций.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2 зачетные единицы, 72 часа.**

№ п/ п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семест р	Всего	Лекции	Практик а	СРС	Формы контроля	Аттестаци я
1	Раздел 1. Введение в теорию функций действительной переменной							
1.1	Тема 1.1. Множества и отображения. Мощность множеств	4	4	2	2	—	Собеседовани е	—
1.2	Тема 1.2. Действительные числа и их свойства. Принцип полноты	4	4	2	2	—	Проверка тестов	—
2	Раздел 2. Предел и непрерывность функций							
2.1	Тема 2.1. Предел функции в точке. Свойства пределов	4	6	2	2	2	Проверка контрольных работ	—
2.2	Тема 2.2.	4	6	2	2	2	Коллоквиум	—

	Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций							
2.3	Тема 2.3. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора	4	6	2	2	2	Проверка контрольных работ	—
3	Раздел 3. Дифференцирование функций							
3.1	Тема 3.1. Производная функции. Свойства производных	4	6	2	2	2	Проверка тестов	—
3.2	Тема 3.2. Теоремы о среднем и их следствия	4	6	2	2	2	Коллоквиум	—
3.3	Тема 3.3. Производные высших порядков. Формула Тейлора	4	6	2	2	2	Проверка контрольных работ	—
4	Раздел 4. Интегрирование функций							
4.1	Тема 4.1. Интеграл Римана. Определение и свойства	4	6	2	2	2	Проверка контрольных работ	—
4.2	Тема 4.2. Теорема Ньютона-Лейбница. Замена переменной	4	6	2	2	2	Проверка тестов	—
4.3	Тема 4.3. Приложения интеграла Римана	4	4	2	2	—	Проверка реферата	—
5	Раздел 5. Ряды и последовательности функций							
5.1	Тема 5.1. Числовые ряды. Признаки сходимости	4	4	2	2	—	Собеседование	—
5.2	Тема 5.2.	4	4	2	2	—	Проверка	—

	Функциональные ряды. Равномерная сходимость						контрольных работ	
5.3	Тема 5.3. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена	4	4	2	2	—	Коллоквиум	—
	Подготовка к экзамену	4	10	—	—	10	—	Экзамен
	ИТОГО		72	30	30	12		

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

Раздел 1. Введение в теорию функций действительной переменной

Тема 1.1. Множества и отображения. Мощность множеств.

Понятие множества. Операции над множествами. Отображения. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. Мощность множеств. Счетные и несчетные множества. Теорема Кантора.

Тема 1.2. Действительные числа и их свойства. Принцип полноты.

Аксиоматика действительных чисел. Свойства действительных чисел. Принцип полноты (аксиома непрерывности). Верхняя и нижняя грани. Теорема о существовании точной верхней грани.

Раздел 2. Предел и непрерывность функций

Тема 2.1. Предел функции в точке. Свойства пределов.

Определение предела функции по Коши и по Гейне. Свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Таблица эквивалентных бесконечно малых.

Тема 2.2. Непрерывность функций. Свойства непрерывных функций.

Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций (теоремы Вейерштрасса, Больцано-Коши о промежуточных значениях). Классификация точек разрыва.

Тема 2.3. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

Определение равномерной непрерывности. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке. Связь непрерывности и равномерной непрерывности.

Раздел 3. Дифференцирование функций

Тема 3.1. Производная функции. Свойства производных.

Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Логарифмическая производная.

Тема 3.2. Теоремы о среднем и их следствия.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Следствия теоремы Лагранжа. Правило Лопиталья. Возрастание и убывание функций.

Тема 3.3. Производные высших порядков. Формула Тейлора.

Производные высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом. Формула Маклорена. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений.

Раздел 4. Интегрирование функций

Тема 4.1. Интеграл Римана. Определение и свойства.

Определение интеграла Римана. Интегрируемые функции. Критерий Дарбу. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Свойства интеграла.

Тема 4.2. Теорема Ньютона-Лейбница. Замена переменной.

Теорема Ньютона-Лейбница (основная теорема интегрального исчисления). Интегрирование по частям. Замена переменной в определенном интеграле.

Тема 4.3. Приложения интеграла Римана.

Вычисление площадей фигур. Вычисление длин дуг. Вычисление объемов тел вращения. Применение интеграла в педагогической практике.

Раздел 5. Ряды и последовательности функций

Тема 5.1. Числовые ряды. Признаки сходимости.

Определение числового ряда. Сходимость ряда. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши.

Тема 5.2. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

Тема 5.3. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.

Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Применение рядов.

5. Образовательные технологии

№ п/п	Образовательная технология	Описание применения	Темы (разделы)
1	Проблемное обучение	Создание проблемных ситуаций при	Все разделы

		изучении теории	
2	Работа в малых группах	Решение задач в мини-группах с последующим обсуждением	Разделы 2, 3, 4
3	Информационно-коммуникационные технологии	Использование математических пакетов для визуализации	Разделы 2, 4
4	Метод проектов	Разработка проекта по применению интеграла	Раздел 4

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Тема 1.1. Множества и отображения	Изучение материала	Изучить операции над множествами, понятие мощности	[1], [2]	—
2	Тема 1.2. Действительные числа	Изучение материала	Изучить аксиоматику действительных чисел	[1], [2]	—
3	Тема 2.1. Предел функции	Решение задач	Решить задачи на вычисление пределов	[1], [2]	2
4	Тема 2.2. Непрерывность	Решение задач	Исследовать функции на непрерывность	[1], [2]	2
5	Тема 2.3. Равномерная непрерывность	Изучение материала, решение задач	Доказать равномерную непрерывность функций	[1], [2]	2
6	Тема 3.1. Производная	Решение задач	Найти производные функций	[1], [2]	2
7	Тема 3.2. Теоремы о среднем	Изучение материала	Изучить доказательства теорем Ролля, Лагранжа	[1], [2]	2
8	Тема 3.3. Формула	Решение задач	Разложить функции	[1], [2]	2

	Тейлора		по формуле Тейлора		
9	Тема 4.1. Интеграл Римана	Изучение материала	Изучить определение и критерии интегрируемости	[1], [2]	2
10	Тема 4.2. Теорема Ньютона-Лейбница	Решение задач	Вычислить определенные интегралы	[1], [2]	2
11	Тема 4.3. Приложения интеграла	Подготовка реферата	Подготовить реферат по приложениям интеграла	[1], [2]	—
12	Тема 5.1. Числовые ряды	Решение задач	Исследовать сходимость числовых рядов	[1], [2]	—
13	Тема 5.2. Функциональные ряды	Изучение материала	Изучить понятие равномерной сходимости	[1], [2]	—
14	Тема 5.3. Степенные ряды	Решение задач	Найти радиус и интервал сходимости	[1], [2]	—
	Подготовка к экзамену	Повторение материала	Подготовка к экзамену	Все источники	10

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Изучение теоретического материала. Рекомендуется систематически изучать теоретический материал по учебной литературе, обращая внимание на доказательства теорем и вывод формул. Особое внимание следует уделять строгости доказательств.

Решение задач. Самостоятельное решение задач является основным видом внеаудиторной работы. Рекомендуется решать задачи из сборников, входящих в список литературы.

Подготовка реферата. Реферат выполняется по одной из предложенных тем (см. раздел 6.3). Требования к оформлению: объем 10–15 страниц, шрифт Times New Roman, 14 кегль, интервал 1,5.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Собеседование	Тема 1.1, 5.1	УК-1, ПК-1

2	Коллоквиум	Тема 2.2, 3.2, 5.3	УК-1, ПК-1, ПК-3
3	Проверка тестов	Тема 1.2, 3.1, 4.2	УК-1, ПК-1
4	Проверка контрольных работ	Тема 2.1, 2.3, 3.3, 4.1, 5.2	УК-1, ПК-1, ПК-3
5	Проверка реферата	Тема 4.3	ПК-1, ПК-3
6	Экзамен	Все разделы	УК-1, ПК-1, ПК-3

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

7.1. Учебная литература

Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г. М. Фихтенгольц. – Москва : Физматлит, 2024.
2. Ильин, В. А. Основы математического анализа / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. – Москва : Физматлит, 2024.
3. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа / Л. Д. Кудрявцев. – Москва : Высшая школа, 2023.

Дополнительная литература:

4. Никольский, С. М. Курс математического анализа / С. М. Никольский. – Москва : Наука, 2023.

7.2. Интернет-ресурсы

1. Math-Net.Ru – общероссийский математический портал.
2. eLibrary.ru – научная электронная библиотека.
3. CyberLeninka – открытая научная библиотека.

7.3. Программное обеспечение

№	Наименование ПО	Назначение
1	Windows / Linux	Базовое ПО
2	Microsoft Office / LibreOffice	Оформление документов
3	Математические пакеты	Визуализация функций, вычисления

7.4. Материально-техническое обеспечение

№	Оборудование	Количество	Назначение
1	Мультимедийная аудитория	1	Проведение лекций
2	Проектор / интерактивная доска	1	Демонстрация материалов
3	Компьютерный класс	1	Практические занятия

4	Доска для записей	1	Решение задач
---	-------------------	---	---------------

Рабочая программа дисциплины «Теория функции действительной переменной (Действительный анализ)» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от «22» февраля 2018 г. № 121.

Программу составил:
Ст. преподаватель кафедры «Математический анализ» Оздоева Ева Висхаевна

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол № 8 от «28» апреля 2026г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета
протокол № 6 от «28» апреля 2026 г.

Приложение №1

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ раздела	Название раздела	Формируемые компетенции	Этап формирования
1	Введение в теорию функций	УК-1, ПК-1	Начальный
2	Предел и непрерывность функций	УК-1, ПК-1	Основной
3	Дифференцирование функций	УК-1, ПК-1, ПК-3	Основной
4	Интегрирование функций	УК-1, ПК-1, ПК-3	Основной
5	Ряды и последовательности функций	УК-1, ПК-1	Завершающий

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2. Сопоставление шкал оценивания

Традиционная шкала	Балльно-рейтинговая шкала	Уровень сформированности компетенции
«отлично»	86–100	высокий
«хорошо»	71–85	средний
«удовлетворительно»	56–70	пороговый
«неудовлетворительно»	0–55	не сформирована

Таблица 3. Оценивание ответа на вопросы по темам для устного ответа

Критерий	Описание	Баллы (макс. 10)
Полнота и глубина ответа	Полное понимание вопроса, развернутый ответ	3
Логичность и аргументированность	Структурированность, обоснованность выводов	2
Умение применять знания	Иллюстрация теории примерами	3
Качество речи и владение материалом	Свободное владение материалом, корректная терминология	2

Таблица 4. Оценивание подготовки рефератов

Критерий	Баллы (макс. 10)
Соответствие теме и глубина раскрытия	3
Структура и логика	2
Использование источников	2

Оригинальность и самостоятельность	2
Оформление	1

Таблица 5. Оценивание ответа на экзамене

Критерий	Баллы (макс. 20)
Знание теоретического материала	5
Умение решать практические задачи	5
Обоснование решения	4
Качество устного ответа	3
Дополнительные вопросы	3

Шкала перевода баллов за экзамен: 17–20 = «отлично»; 13–16 = «хорошо»; 10–12 = «удовлетворительно»; 0–9 = «неудовлетворительно».

3. Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации

Вопросы для собеседования и коллоквиума:

1. Понятие множества. Операции над множествами. Мощность множеств.
2. Аксиоматика действительных чисел. Принцип полноты.
3. Определение предела функции. Свойства пределов.
4. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.
5. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
6. Производная функции. Правила дифференцирования.
7. Теоремы о среднем (Ролля, Лагранжа, Коши).
8. Формула Тейлора. Формула Маклорена.
9. Интеграл Римана. Определение и свойства.
10. Теорема Ньютона-Лейбница.
11. Числовые ряды. Признаки сходимости.
12. Функциональные ряды. Равномерная сходимость.
13. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости.

Практические задания:

1. Вычислить предел функции.
2. Исследовать функцию на непрерывность.
3. Найти производную функции.
4. Применить теорему Лагранжа.
5. Разложить функцию по формуле Тейлора.
6. Вычислить определенный интеграл.

7. Найти площадь фигуры с помощью интеграла.
8. Исследовать сходимость числового ряда.
9. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда.

Экзамен

Пример билета:

Билет № 1

1. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Свойства пределов.
2. Теоремы о среднем (Ролля, Лагранжа, Коши). Геометрический смысл.
3. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения.
4. **Практическое задание:** Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$.
5. **Практическое задание:** Вычислить интеграл: $\int_0^1 x \cdot e^{x^2} dx$.

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой

